

Автор: АЙВАР Муратбекович Алимжанов

МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

СРС1 Решение задач теории упругости

Задание 1

Исследование объемного напряженного состояния в точке тела

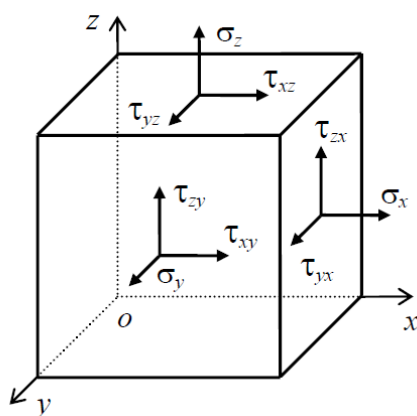


Рисунок 1

З а д а н и е.

Напряженное состояние в точке тела задано девятью компонентами: (рис. 1).

Т р е б у е т с я:

- 1) определить главные напряжения $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ и проверить правильность их нахождения;
 - 2) определить положение одной из главных площадок (вычислить направляющие косинусы l, m, n нормали к этой площадке);
 - 3) определить положения двух других главных площадок (вычислить направляющие косинусы нормалей к этим площадкам).
 - 4)* показать на рисунке нормали к главным площадкам.
- Числовые данные взять из табл. 1.

Таблица 1 Компоненты исходного тензора напряжений

Вариант №	σ_x	σ_y	σ_z	τ_{xy}	τ_{yz}	τ_{zx}
	МПа					
1	10	-10	10	-10	10	-10
2	20	-20	20	-20	20	-20
3	30	-30	30	-30	30	-30
4	40	-40	40	-40	40	-40
5	50	-50	50	-50	50	-50
6	60	-60	60	-60	60	-60
7	70	-70	70	-70	70	-70
8	80	-80	80	-80	80	-80
9	90	-90	90	-90	90	-90
10	100	-100	100	-100	100	-100
11	110	-110	110	-110	110	-110
12	120	-120	120	-120	120	-120
13	130	-130	130	-130	130	-130
14	120	120	-120	120	-120	-120
15	110	110	-110	110	-110	-110
16	100	100	-100	100	-100	-100
17	90	90	-90	90	-90	-90
18	80	80	-80	80	-80	-80
19	70	70	-70	70	-70	-70
20	-60	60	-60	60	-60	60
21	-50	50	-50	50	-50	50
22	-40	40	-40	40	-40	40
23	-30	30	-30	30	-30	30
24	-20	20	-20	20	-20	20
25	-10	10	-10	10	-10	10

Задание 2

Исследование плоского напряженно-деформированного состояния в точке тела

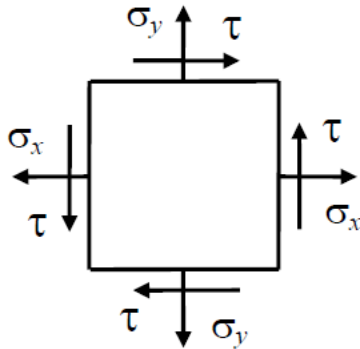


Рисунок 2

З а д а н и е.

Стальной кубик находится под действием сил, создающих плоское напряженное состояние (рис. 2).

Т р е б у е т с я н а й т и:

- 1) главные напряжения $\sigma_{\max}$, $\sigma_{\min}$ и направления α , α' главных площадок, показать на рисунке;
- 2) максимальные касательные напряжения $\tau_{\max}$ и соответствующие нормальные напряжения;
- 3) относительные деформации ε_x , ε_y , ε_z ;
- 4) относительное изменение объема θ ;
- 5) удельную потенциальную энергию деформации u .

Данные взять из табл. 2.

Таблица 2 Компоненты исходного тензора напряжений

Вариант №	σ_x	σ_y	τ	Вариант №	σ_x	σ_y	τ
	МПа				МПа		
1	40	20	20	14	120	90	-60
2	40	-20	20	15	120	-90	60
3	40	-20	-20	16	120	100	-60
4	40	-40	20	17	120	-100	60
5	60	20	20	18	160	-100	60
6	60	-20	-20	19	160	100	-100
7	60	40	-40	20	160	-100	100
8	60	-40	40	21	160	-120	90
9	80	40	-40	22	160	120	-90
10	80	-60	40	23	180	120	-90
11	100	60	-60	24	180	-120	90
12	100	-60	60	25	180	-120	120
13	100	80	-60	26	180	120	-120

Задание 3

Плоская задача теории упругости

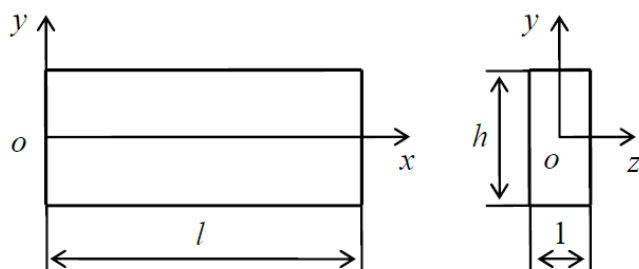


Рисунок 3

З а д а н и е.

Дана прямоугольная полоса-балка (рис. 3) длиной l , высотой h и толщиной, равной 1. Выражения для функции напряжений $\varphi(x, y)$ и числовые значения выбрать из табл. 3. Объемными силами пренебречь.

Т р е б у е т с я:

- 1) проверить, можно ли предложенную функцию $\varphi(x, y)$ принять для решения плоской задачи теории упругости;
- 2) найти выражения для напряжений σ_x , σ_y и τ_{xy} ;
- 3) построить эпюры напряжений σ_x , σ_y и τ_{xy} для сечений $x = x_c$ и $y = y_c$;
- 4)* определить внешние силы (нормальные и касательные), приложенные ко всем четырем граням полосы-балки, дать их изображение на рисунке полосы-балки;
- 5)* выполнить статическую проверку для найденных внешних сил.

Таблица 3 Функция напряжений и параметры полосы-балки

Вариант №	Функция напряжений $\varphi(x, y)$	a	b	l	h	x_c	y_c
1	$a(x^4 - y^4) + bx^3y + xy^3$	1	1	5	1	1	0,2
11		3	1	4	1	1	0,6
2	$ax(x^2 + y^2) + bx^2y + xy$	2	1	6	1	2	0,3
12		1	3	4	1	2	0,6
3	$ay(x^2 + y^2) + bxy^2 + xy$	2	1	5	2	2	0,4
13		3	3	2	2	2	0,7
4	$ax^3 + bx^2y + xy^2 + xy$	1	2	6	1	2	0,3
14		3	2	3	1	1	0,7
5	$a(y^4 - x^4) + bxy^3 + x^2y$	1	2	6	2	2	0,5
15		2	3	2	2	1	0,8
6	$ax^4 - 3ax^2y^2 + bxy^3$	2	2	6	2	1	0,5
16		4	2	4	1	2	0,8
7	$ax^3y - 3bx^2y^2 + by^4$	2	1	4	2	1	0,5
17		2	4	6	2	2	0,9
8	$ax^4 - 3(a+b)x^2y^2 + by^4$	2	1	6	1	3	0,3
18		4	4	8	1	1	0,9
9	$axy^3 + x^3 + y^3 - bxy$	1	2	5	1	2	0,2
19		4	1	8	1	2	0,5
10	$ax^3y + 3bx^2y^2 - by^4$	2	1	5	2	2	0,4
20		1	4	6	2	1	0,5

Примечание: значок * означает, что Этот пункт выполняется факультативно

Задание 4

Изгиб прямоугольных пластинок

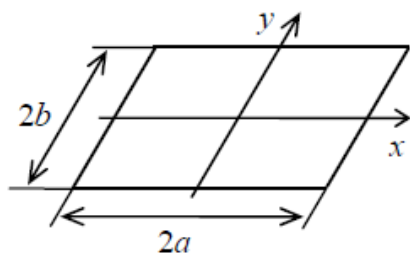


Рисунок 4

З а д а н и е.

Пластика (рис. 4) изгибается под действием поперечной нагрузки. Задано уравнение упругой поверхности пластинки $w(x, y)$ и поперечной нагрузки $q(x, y)$. Выражения для поверхности пластинки $w(x, y)$, поперечной нагрузки $q(x, y)$ и числовые данные a, b, h (размеры и толщину пластинки) и μ (коэффициент Пуассона) взять из таблицы 4.

Т р е б у е т с я:

- 1) установить, каким граничным условиям удовлетворяет предложенное уравнение упругой поверхности $w(x, y)$;
- 2) определить постоянный коэффициент C , используя дифференциальное уравнение изогнутой срединной поверхности пластинки (уравнение Софи Жермен-Лагранжа);
- 3) составить выражения моментов и поперечных сил;
- 4) построить эпюры моментов и поперечных сил в сечениях x_c, y_c .

Таблица 4 Выражения для поверхности пластинки, поперечной нагрузки и параметры пластинки

Вариант №	Поверхность пластинки $w(x,y)$	Поперечная нагрузка $q(x,y)$	a	b	h	x_c	y_c	μ
			м					
1	$C \sin \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{2b}$	$q_0 \sin \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{2b}$	1	1	0,01	0,5	0,5	0,25
2	$C \cos \frac{\pi x}{2a} \sin \frac{\pi y}{b}$	$q_0 \cos \frac{\pi x}{2a} \sin \frac{\pi y}{b}$	2	2	0,02	0,5	0,5	0,30
3	$C \sin \frac{2\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{2b}$	$q_0 \sin \frac{2\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{2b}$	3	3	0,01	1	1	0,35
4	$C \cos \frac{\pi x}{2a} \sin \frac{2\pi y}{b}$	$q_0 \cos \frac{\pi x}{2a} \sin \frac{2\pi y}{b}$	4	4	0,02	1	1	0,25
5	$C \sin \frac{\pi x}{2a} \cos \frac{\pi y}{2b}$	$q_0 \sin \frac{\pi x}{2a} \cos \frac{\pi y}{2b}$	1	1	0,01	0,5	0,5	0,30
6	$C \cos \frac{3\pi x}{2a} \sin \frac{\pi y}{2b}$	$q_0 \cos \frac{3\pi x}{2a} \sin \frac{\pi y}{2b}$	2	2	0,02	0,5	0,5	0,35
7	$C \sin \frac{\pi x}{2a} \cos \frac{3\pi y}{2b}$	$q_0 \sin \frac{\pi x}{2a} \cos \frac{3\pi y}{2b}$	3	3	0,01	1	1	0,25
8	$C \cos \frac{\pi x}{2a} \sin \frac{\pi y}{2b}$	$q_0 \cos \frac{\pi x}{2a} \sin \frac{\pi y}{2b}$	4	4	0,02	1	1	0,30
9	$C \sin \frac{3\pi x}{2a} \cos \frac{\pi y}{2b}$	$q_0 \sin \frac{3\pi x}{2a} \cos \frac{\pi y}{2b}$	2	2	0,01	0,5	0,5	0,35
10	$C \cos \frac{\pi x}{2a} \sin \frac{3\pi y}{2b}$	$q_0 \cos \frac{\pi x}{2a} \sin \frac{3\pi y}{2b}$	3	3	0,02	1	1	0,25

Задание 5

Изгиб круглых пластинок

З а д а н и е.

Круглая пластинка, опертая по контуру, находится под действием внешней нагрузки (рис.5).

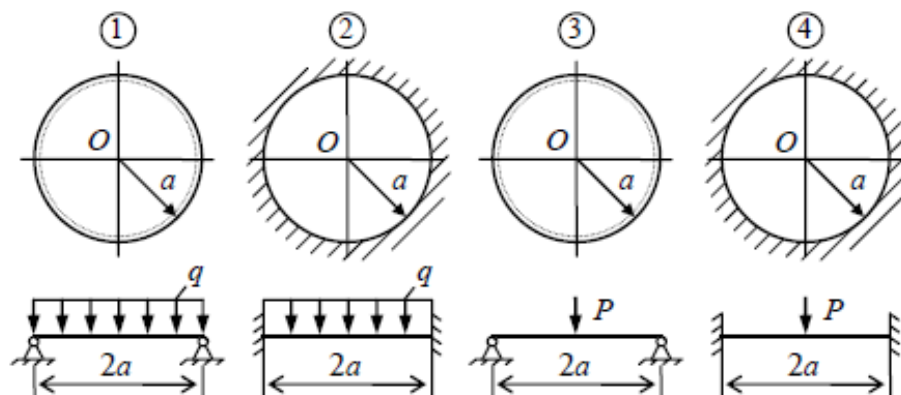


Рисунок 5

Т р е б у е т с я:

- 1) найти уравнение изогнутой срединной поверхности пластинки $w(r)$, воспользовавшись общим решением основного дифференциального уравнения изгиба пластинки;
- 2) составить выражения для изгибающих моментов M_r и M_θ и для поперечной силы Q_r ;
- 3) построить эпюры M_r , M_θ и Q_r для диаметрального сечения пластинки.

Числовые данные взять из таблицы 5.

Таблица 5 Схемы пластинки и параметры пластинки

Вариант №	Схема №	а, м	h, м	μ	Вариант №	Схема №	а, м	h, м	μ
1	1	3	0,01	0,25	6	3	3	0,01	0,35
2	2	4	0,02	0,30	7	2	4	0,02	0,25
3	3	5	0,03	0,35	8	1	5	0,03	0,30
4	4	6	0,02	0,25	9	1	4	0,02	0,35
5	4	2	0,01	0,30	10	2	3	0,01	0,25